

Instrucciones

1. Elige entre realizar bien los tres ejercicios de la Opción A, bien los tres ejercicios de la Opción B, sin mezclar los de una opción con los de otra.
2. El ejercicio de Álgebra vale 3 puntos, el de Análisis 3 puntos y el Probabilidad y Estadística 4 puntos.
3. Contesta las preguntas razonando tus conclusiones; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima en cada apartado. Justifique siempre las respuestas.
4. Escribe de forma ordenada y con letra clara.
5. Se permite el uso de una calculadora no programable y no gráfica. Si obtiene resultados directamente con ella, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda.

Tiempo

90 minutos

Criterios de Evaluación

Los criterios esenciales de valoración serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin que se lleve a cabo de forma efectiva no puede ser suficiente para obtener una valoración positiva del mismo.

En los ejercicios en los que se pida una deducción razonada, la mera aplicación de un fórmula no será suficiente.

No se prohibirá el uso de calculadoras, aunque durante el examen no se permitirá el préstamo de ellas entre estudiante. En cualquier caso, los procesos que conducen al resultado deben estar razonados.

Los errores cometidos en un apartado no se tendrán en cuenta en la calificación de apartados posteriores que sean afectados.

Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.

La presentación clara y ordenada se valorará positivamente.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1. [3]

Una fábrica de muebles dispone de 600 kg de madera para fabricar librerías de uno y tres estantes. Se sabe que son necesarios 4 kg de madera para fabricar una librería de un estante, siendo su precio de venta 20 euros; para fabricar una librería de tres estantes se necesitan 8 kg de madera y el precio de venta de ésta es 35 €.

Calcule el número de librerías de cada tipo que se deben fabricar para obtener el máximo ingreso, sabiendo que, por falta de materiales, no se pueden fabricar más de 120 librerías de un estante, ni tampoco más de 70 de tres estantes.

EJERCICIO 2. [3]

Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} 5 & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - 6x + 10 & \text{si } 2 < x < 5 \\ 4x - 15 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

- a) [1'5] Represéntela gráficamente.
- b) [1'5] Estudie su continuidad y derivabilidad.

EJERCICIO 3. [4]Parte 1. [2]

En un colectivo de personas, el 80% tiene más de 35 años. De los mayores de 35 años, el 40% son mujeres. De los que no han superado los 35 años, el 45% son hombres.

Se elige una persona al azar de ese colectivo:

- a) [1] ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer?
- b) [1] ¿Cuál es la probabilidad de que no haya superado los 35 años sabiendo que se ha elegido a un hombre?

Parte 2. [2]

Se ha medido la talla de 100 personas elegidas al azar, mediante muestreo aleatorio simple, de entre los estudiantes varones de bachillerato de una gran ciudad, obteniéndose una talla media de 1'75 metros. Se sabe que la desviación típica de la población es 0'2 m.

- a) [1] Halle un intervalo de confianza al 90% , para la media poblacional de la talla de los estudiantes.
- b) [1] ¿Con qué nivel de confianza se ha construido el intervalo (1'73 , 1'77) para la media poblacional?

OPCIÓN B**EJERCICIO 1.** [3]

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & -6 \\ 1 & 1 & -m \end{pmatrix}$$

Sea la matriz

- a) [1'5] Determine para qué valores del parámetro m existe A^{-1} .
- b) [1'5] Calcule A^{-1} para $m = 2$.

EJERCICIO 2. [3]

El beneficio obtenido por la producción y venta de x kilogramos de un artículo viene dado por la función:

$$f(x) = -0'01x^2 + 3'6x - 180$$

- a) [1] Represente gráficamente esta función.
- b) [1] Determine el número de kilogramos que hay que producir y vender para que el beneficio sea máximo.
- c) [1] Determine cuántos kilogramos se deben producir y vender, como máximo, para que la empresa no tenga pérdidas.

EJERCICIO 3. [4]Parte 1. [2]

De una bolsa que contiene 4 monedas de 2 euros, 5 de un euro y 3 de 20 céntimos, se extraen dos monedas, al azar, sucesivamente y sin devolución.

- a) [1'5] Calcule las probabilidades de los siguientes sucesos:

A = “la suma de las dos monedas es inferior a 2'20 €”

B = “al menos una de las dos monedas es de 20 céntimos”

- b) [0'5] ¿Son independientes ambos sucesos?

Parte 2. [2]

El peso de los peces adultos que se crían en una piscifactoría se distribuye según una ley Normal con desviación típica 9 gr.

Los pesos, en gramos, de una muestra aleatoria de nueve peces adultos de esa piscifactoría, son:

310, 311, 309, 295, 280, 294, 303, 305, 293

determine un intervalo de confianza, al 95%, para el peso medio de los peces adultos de esa piscifactoría.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1. [3]

- a) [1'5] Un autobús transporta 90 viajeros con tres tarifas diferentes:

1^a: Viajeros que pagan el billete entero, que vale 0'70 €.

2^a: Estudiantes, con descuento del 50%.

3^a: jubilados, con descuento del 80%.

Se sabe que el número de estudiantes es diez veces el de jubilados y que la recaudación total ha sido de 46'76 euros. Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones necesario para determinar el número de viajeros, de cada tarifa, que va en el autobús.

- b) [1'5] Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, determine, si existe, la matriz X tal que verifique $A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}^t$

EJERCICIO 2. [3]

- a) [2] Determine los valores de a y b para que sea derivable la función:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 3 & \text{si } x \leq 1 \\ 2bx - 4 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- b) [1] Represente gráficamente la función si $a = 1$ y $b = 2$.

EJERCICIO 3. [4]Parte 1. [2]

Se dispone de una baraja española de 40 cartas. Se saca una carta, al azar, y sin devolverla se saca también otra al azar.

- a) [1] Calcule la probabilidad de que ninguna de las dos sea un oros.

- b) [1] Sabiendo que la segunda carta extraída ha sido de copas, calcule la probabilidad de que también lo fuera la primera.

Parte 2. [2]

Para estudiar el gasto mensual en teléfono móvil de los jóvenes de una ciudad se ha elegido una muestra aleatoria de 16 estudiantes, con los resultados siguientes, expresados en euros:

4, 6, 30, 14, 16, 14, 15, 16, 22, 8, 3, 56, 42, 26, 30, 18

Admitiendo que este gasto mensual sigue una ley Normal con desviación típica 13'78 €, determine un intervalo de confianza al 95% para la media del gasto mensual.

OPCIÓN B**EJERCICIO 1. [3]**

A una persona que desea adelgazar le ofrecen en la farmacia dos compuestos, A y B , para que tome una mezcla de ambos en la comida, con las siguientes condiciones:

No debe tomar más de 150 gr de la mezcla, ni menos de 50.

La cantidad de A debe ser mayor o igual que la de B .

No debe incluir más de 100 gramos del compuesto A .

Se sabe que cada 100 gr de A contienen 30 mg de vitaminas y cada 100 gr de B contienen 20 mg de vitaminas.

- [2] Formule matemáticamente un conjunto de restricciones, dibuje la región factible y determine sus vértices.
- [1] ¿Cuántos gramos debe tomar de cada compuesto para obtener el preparado más rico en vitaminas?

EJERCICIO 2. [3]

Dada la función

$$f(x) = -x^3 + 3x$$

- [0'75] Determine sus puntos de corte con los ejes de coordenadas.
- [1'5] Represéntela gráficamente.
- [0'75] Obtenga las ecuaciones de las dos rectas tangentes a la gráfica de la función que tienen pendiente cero y diga cuáles son los puntos de tangencia.

EJERCICIO 3. [4]**Parte 1. [2]**

Juan y Pedro juegan obtener la puntuación más alta lanzando sus dados. El dado de Juan tiene cuatro caras con la puntuación 5 y las otras dos caras con el 1. El de Pedro tiene dos caras con el 6, otras dos con el 4 y las otras dos con el 1.

- [1] Determine la probabilidad de que gane Pedro.
- [1] ¿Cuál es la probabilidad de empatar?

Parte 2. [2]

La edad de los niños que van al parque sigue una ley Normal de media 8 años y que es $\sigma = 2'1$ años. En un momento determinado hay 25 niños en ese parque.

¿Cuál es la probabilidad de que la media de ese grupo esté entre 8'5 y 9 años?

OPCIÓN A**EJERCICIO 1 [3]**

Un cliente de un supermercado ha pagado un total de 156 euros por 24 litros de leche, 6 kg de jamón serrano y 12 litros de aceite de oliva.

Plantee y resuelva un sistema de ecuaciones para calcular el precio unitario de cada artículo, sabiendo que un litro de aceite cuesta el triple que un litro de leche y que un kilo de cada jamón cuesta igual que 4 litros de aceite más 4 litros de leche.

EJERCICIO 2 [3]

Sea la función

$$f(t) = \begin{cases} -t^3 + 5t^2 & \text{si } 0 \leq t < 3 \\ -t^2 + 12t - 9 & \text{si } 3 \leq t \leq 5 \\ 2t + 16 & \text{si } 5 < t \leq 10 \end{cases}$$

- a) [2] Estudie la continuidad y derivabilidad de f en $t = 3$ y $t = 5$.
- b) [1] Razone si f posee algún punto de inflexión y calcúlelo, en caso afirmativo.

EJERCICIO 3 [4]**Parte I** [2]

Loa alumno de Bachillerato de un IES proceden de tres localidades: A , B y C . Un 20% es de A , un 30% es de B y el resto de C . El 80% de los alumnos de A cursa 1º de Bachillerato y el resto 2º. El 50% de los alumnos de B cursa 1º de Bachillerato y el resto 2º. El 60% de C cursa 1º de Bachillerato y el resto 2º.

- a) [1] Seleccionado un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea de 2º curso?
- b) [1] Si elegimos, al azar, un alumno de Bachillerato de ese IES y éste es un alumno de 1º, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la localidad B ?

Parte II [2]

Se sabe que la estatura de los individuos de una población es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal con desviación típica 6 cm.

Se toma una muestra aleatoria de 225 individuos que da una media de 176 cm.

- a) [1] Obtenga un intervalo, con un 99% de confianza, para la media de la estatura de la población.
- b) [1] Calcule el mínimo tamaño de muestra que se ha de tomar para estimar la estatura media de los individuos de la población con un error inferior a 1 cm y un nivel de confianza del 95%.

OPCIÓN B**EJERCICIO 1. [3]**

Sea el sistema de inecuaciones siguientes:

$$x+y \leq 120, \quad 3y \leq x, \quad x \leq 100, \quad y \geq 10$$

- a) [2] Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.
 b) [1] ¿En qué puntos de esa región alcanza el máximo $f(x, y) = 25x + 20y$?

EJERCICIO 2. [3]

Sea x el precio de venta, en euros, del litro de aceite de oliva virgen extra. Y sea

$$f(x) = 2 - \frac{4}{x+1}, \quad x \geq 0$$

la función que representa el balance económico quincenal, en miles de euros, de una empresa agrícola.

- a) [2] Represente la función f .
 b) [0'5] ¿A partir de qué precio de venta del litro de aceite empieza esta empresa a tener beneficios?
 c) [0'5] ¿Están limitadas las ganancias quincenales de esta empresa? ¿Y las pérdidas?

EJERCICIO 3. [4]**Parte 1. [2]**

Según la estadística de los resultados en las Pruebas de Acceso en una provincia andaluza, en septiembre de 2001 el número de alumnas presentadas es 840, de las que han aprobado un 70%; mientras que el número de alumnos presentados es 668, habiendo aprobado un 75% de éstos.

- a) [1] Elegida, al azar, una persona presentada a las Pruebas, ¿cuál es la probabilidad de que haya aprobado?
 b) [1] Sabiendo que una persona ha aprobado, ¿cuál es la probabilidad de que sea un varón?

Parte 2. [2]

Se sabe que los estudiantes de una provincia duermen un número de horas diarias que se distribuye según una ley Normal de media μ horas y desviación típica $\sigma = 2$ horas.

- a) [1] A partir de una muestra de 64 alumnos se ha obtenido el siguiente intervalo de confianza (7'26, 8'14) para la media de la población. Determine el nivel de confianza con que se ha construido dicho intervalo.
 b) [1] Determine el tamaño muestral mínimo necesario para que el error que se cometa al estimar la media de la población por un intervalo de confianza sea, como máximo, de 0'75 horas, con un nivel de confianza del 98%.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1. [3]

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} z \\ z \\ z \end{pmatrix}$$

Calcule x, y, z sabiendo que $A \cdot B = 2C - D$ EJERCICIO 2. [3]

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 3 & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - 6x + 11 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- [1] Represéntela gráficamente.
- [1'5] Estudie su continuidad y derivabilidad. Calcule sus extremos.
- [0'5] ¿Existe algún punto donde la pendiente de la recta tangente a su gráfica sea cero? En caso afirmativo, determine cuál es.

EJERCICIO 3. [4]Parte 1. [2]

Una urna contiene 15 bolas, de las cuales 6 son azules y 9 son rojas. Se extraen sucesivamente y sin reemplazamiento tres bolas, al azar.

- [0'5] Describa el espacio muestral asociado al experimento.
- [0'75] Determine la probabilidad de que se extraiga, al menos, una bola azul.
- [0'75] Halle la probabilidad de que la tercera bola extraída sea roja.

Parte 2. [2]

En un pueblo habitan 700 hombres adultos, 800 mujeres adultas y 500 menores.

De él se quiere seleccionar una muestra de 80 personas, utilizando para ello muestreo estratificado con afijación proporcional. ¿Cuál será la composición que debe tener dicha muestra?

OPCIÓN B**EJERCICIO 1.** [3]

Un ahorrador dispone de 10.000 euros para invertir en fondos de dos tipos: A ó B . La inversión en fondos A debe superar los 5.000 euros y, además, ésta debe doblar, al menos, la inversión en fondos B .

La rentabilidad del pasado año de los fondos A ha sido del 2'7% y la de los B ha sido del 6'3%.

Suponiendo que la rentabilidad continúa siendo la misma, determine la inversión que obtenga el máximo beneficio. Calcule este beneficio.

EJERCICIO 2. [3]

Sea la función $f(x) = a x^3 + b x^2 + c x$

- [2] Halle el valor de los coeficientes a , b y c , si se sabe que en el origen su gráfica posee un extremo relativo y que el punto $(2, -16)$ es un punto de inflexión.
- [1] Para $a = 1$, $b = 1$ y $c = 0$, calcule la ecuación de la recta tangente en el punto de abscisa $x = -2$.

EJERCICIO 3. [4]**Parte 1.** [2]

Tenemos tres estuches de lápices: A , B y C . El estuche A tiene 9 lápices, de los cuales 3 son negros; el B contiene 7 lápices, de los cuales 2 son negros; el C contiene 5 lápices de los que sólo 1 es negro.

- [0'5] Si tomamos, al azar, un lápiz del estuche B : ¿cuál es la probabilidad de que sea negro?
- [1'5] Si elegimos, al azar, uno de los 3 estuches y de éste tomamos un lápiz, ¿cuál es la probabilidad de que no sea negro?

Parte 2. [2]

El peso de los alumnos de un Instituto es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal de media desconocida, y desviación típica 8 kg.

¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener una muestra para que permita estimar la media con un error máximo de 3 kg y un nivel de confianza del 99%?

OPCIÓN A

EJERCICIO 1. [3]

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$

- a) [1] Realice, cuando sea posible, los siguientes productos de matrices $A \cdot B$, $B \cdot C$ y $C \cdot A$
 b) [2] Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X + B = C$.

EJERCICIO 2. [3]

Sea la función $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 4$.

- a) [1] Represente gráficamente su función derivada determinando los puntos de corte con el eje de abscisas y su vértice.
 b) [1] Halle los puntos de la gráfica de f donde la recta tangente es paralela a $y = -3x + 3$.
 c) [1] Calcule los máximos y los mínimos de f .

EJERCICIO 3. [4]Parte 1. [2]

El despertador de Pedro no funciona bien, pues el 20% de las veces no suena. Cuando suena, Pedro llega tarde a clase con probabilidad 0'2: pero si no suena, la probabilidad de que llegue tarde a clase es 0'9.

- a) [1] Calcule la probabilidad de que Pedro llegue a tiempo.
 b) [1] Determine la probabilidad de que el despertador haya funcionado bien, si sabemos que Pedro ha llegado tarde a clase.

Parte 2. [2]

El gasto mensual de los estudiantes de un Instituto se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 4 euros. Se ha seleccionado una muestra aleatoria y, con una confianza del 97%, se ha construido un intervalo para la media poblacional cuya amplitud es 2'17 euros.

- a) [1'5] ¿Cuál ha sido el tamaño de la muestra seleccionada?
 b) [0'5] Calcule el gasto mensual medio de la muestra tomada sabiendo que el límite inferior del intervalo de confianza es 83'915 euros.

OPCIÓN B**EJERCICIO 1. [3]**

Una empresa pastelera dispone semanalmente de 160 kg de azúcar y de 240 kg de almendra para hacer tortas de almendra y tabletas de turrón.

Se necesitan 150 g de almendra y 50 g de azúcar para hacer una torta de almendra y 100 g de almendra y 100 g de azúcar para cada tabletas de turrón. El beneficio neto por la venta de cada torta es 1'75 euros, y por cada tabletas de turrón es de 1 euro.

Determine cuántas tortas de almendra y cuántas tabletas de turrón han de elaborarse para obtener la máxima ganancia. ¿Cuál es el beneficio máximo semanal?

EJERCICIO 2. [3]

Se considera la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x} & \text{si } x < -1 \\ -x^2 + a & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ \frac{x+2}{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

- a) [1'5] Halle los valores de a para los que f es continua y derivable.
- b) [1'5] Para $a = 4$, halle las asíntotas y extremos relativos.

EJERCICIO 3. [4]**Parte 1. [2]**

Las instalaciones de un club tienen una sala de medios audiovisuales y una de informática. El 60% de los socios utiliza la 1^a, el 30% la 2^a y el 20% ambas.

- a) [1] Halle la probabilidad de que un socio, elegido al azar, no utilice ninguna de las dos salas.
- b) [1] Si se sabe que un socio utiliza la sala de audiovisuales, ¿cuál es la probabilidad de que no utilice la de informática?

Parte 2. [2]

El tiempo de espera, en minutos, de los usuarios en una determinada parada de autobús sigue una distribución Normal de media μ y desviación típica 1'5 minutos.

- a) [0'75] ¿Cómo se distribuye el tiempo medio de espera para muestras de tamaño 16?
- b) [1'25] Si hemos tomado una muestra aleatoria de 16 usuarios, cuya media es 5 minutos, determine el intervalo de confianza, al 95%, para la media poblacional.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1. [3]

Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & m-6 & 3 \\ m+1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) [1] Calcule los valores de m para los que dicha matriz tenga inversa.
 b) [2] Haciendo $m = 4$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

EJERCICIO 2. [3]

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

- a) $f(x) = \frac{e^{5x}}{x^3 - 1}$
 b) $g(x) = 4x \cdot L(3x + 1)$
 c) $h(x) = (x^2 - 1) \cdot (x^3 + 2x)$
 d) $p(x) = \frac{x+2}{x-2}$

EJERCICIO 3. [4]Parte 1. [2]

El partido A y el partido B concurren a unas elecciones en un municipio donde el 55% de los votantes son mujeres. Se sabe que el 40% de los hombres votan al partido A y que el 50% al B . El 60% de las mujeres votan al partido A y el 20% al B . El resto de los electores no vota.

- a) [1] Halle la probabilidad de que una persona, elegida al azar, no vote.
 b) [1] Sabiendo que una persona, elegida al azar, ha votado al partido A , halle la probabilidad de que sea mujer.

Parte 2. [2]

Los resultados de un test de sensibilidad musical realizado a los alumnos de un Conservatorio se distribuyen según una ley Normal de media 65 y desviación típica 18.

- a) [1] ¿Cuál es la distribución de la media muestral para muestras de tamaño 25?
 b) [1] Para muestras de tamaño 100, halle la probabilidad de que su puntuación media esté comprendida entre 63 y 67 puntos.

OPCIÓN B**EJERCICIO 1. [3]**

Una fábrica produce dos tipos de juguetes: muñecas y coches teledirigidos. La fábrica puede producir, como máximo, 200 muñecas y 300 coches.

La empresa dispone de 1800 horas de trabajo para fabricar los juguetes y sabe que la producción de cada muñeca necesita 3 horas de trabajo y reporta un beneficio de 10 euros, mientras que la de cada coche necesita 6 horas de trabajo y reporta un beneficio de 15 euros.

Calcule el número de muñecas y de coches que han de fabricarse para que el beneficio global de la producción sea máximo y obtenga dicho beneficio.

EJERCICIO 2. [3]

- a) [1'5] Dada la función $f(x) = \frac{a}{x} + bx^2$, calcule los valores de los parámetros “a” y “b” para que f tenga un extremo relativo en el punto (1, 3).
- b) [1'5] Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x) = x \cdot Lx$ en el punto de abscisa 1.

EJERCICIO 3. [4]**Parte 1. [2]**

En una ciudad, el 60% de los niños usa zapatillas deportivas, el 50 % usa ropa deportiva y el 20% usa ambas prendas.

- a) [1] ¿Cuál es la probabilidad de que un niño, elegido al azar, no use ninguna de las dos prendas?
- b) [1] Si un niño usa zapatillas deportivas, ¿cuál es la probabilidad de que no use ropa deportiva?

Parte 2. [2]

El peso neto de las bolsas de almendras de una determinada marca es una variable Normal con media desconocida, y varianza $\sigma^2 = 50'4 \text{ g}^2$.

Se sabe que 35 bolsas, elegidas al azar, han dado un peso total de 6.652 g.

- a) [1'5] Calcule un intervalo, con un nivel de confianza del 90% para la media.
- b) [0'5] ¿A partir de qué nivel de confianza, el correspondiente intervalo para μ contiene el valor 250g?